

Termín odeslání: 1. 12. 2003

Milí kamarádi,

právě se k vám dostalo zadání dalších úloh a témat. Doufáme, že vám přemýšlení nad následujícími problémy zpříjemní nevlídné podzimní dny.

Možná jste si toho už všimli sami, každopádně do číslování úloh v prvním čísle se nám vloudila chybička. Nezavádíme žádný nový systém, ale nadále budeme používat označení obsahující číslo série a číslo úlohy oddělené tečkou. Tedy tak, jak je to v tomto čísle.

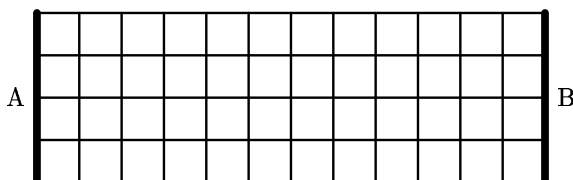
Těšíme se na vaše příspěvky

Redakce 

Zadání témat

Téma 4 – Odpor a mřížky

Každý dokáže počítat obvody zapojené sériově nebo paralelně. My jsme ale pro vás vymysleli něco, na čem můžete ukázat svoji šikovnost! Vypočítat odpor desítek, stovek, dokonce tisícovek odporů zapojených navzájem sériově a paralelně. A proto ...



- Máme mřížku tvaru jako na obrázku. Její rozměry jsou $n \times m$. (U mřížky na obrázku je to 4×12 .) Spočítejte, jaký je odpor mezi plošnými elektrodami A a B, jestliže odpor drátu jednotkové délky je σ .
- Jak se bude měnit odpor takovéto mřížky, když přerušíme některé
 - a) mřížové body nebo
 - b) spojnice mezi mřížovými body?
- K čemu je možné použít tento výsledek v praxi? Existují problémy, které mají podobné zadání a řešení? Pokuste se závěry porovnat s pravděpodobnostními metodami, např. random walking. Jak souvisí celkový odpor mřížky např. s počtem možných cest z elektrody A k elektrodě B?
- Jak se změní předcházející řešení, když nebudeme uvažovat dvojrozměrnou, ale trojrozměrnou mřížku?

- Nyní místo přerušování mřížových bodů vyplníme elementární mřížovou oblast¹ kovem, jehož vodivost je mnohem větší než vodivost drátů. Jak se změní řešení, jestliže vyplníme jednu elementární oblast (v 2D nebo 3D)? Jak se bude měnit řešení, když bude počet vodivě spojených mřížových bodů postupně narůstat, až bude jejich počet porovnatelný s celkovým počtem mřížových bodů?
- Mějme (plnou) vodivou kostku, která má na protilehlých stěnách přiložené elektrody. Z kostky postupně odstraňujeme malé kostičky. Jak se bude měnit odpor takovéto kostky, je-li délka její hrany L a hrana odstraňovaných kostiček má délku $l \ll L$?
- Mějme například kovové piliny, které smícháme s dielektrickým práškem. Experimentálně prozkoumejte závislost měrného odporu na objemovém zlomku prášku ve směsi. Porovnejte výsledky s vaším modelem.

Tyto problémy můžete rovněž řešit metodou Monte Carlo.

Téma 5 – Opilec aneb difuze trochu jinak



Jednoho dne se jistý pán tak společensky unavil, že (aniž by si to uvědomil) při cestě domů použil kanál místo ulice. Ve světlé chvílce vylezl ven zpátky na ulici, aniž zavřel poklop kanálu, a chtěl pokračovat v cestě. Tady už se nás začíná jeho osud týkat. Opilý pán zvládá krok dopředu, dozadu, doleva a doprava – všechny se stejnou pravděpodobností. Když je počet kroků $k = 0$, nachází se nad kanálem a může tam každou chvíli spadnout! Zkuste zjistit, jaká je pravděpodobnost, že se při k -tém kroku ocitne zpátky nad kanálem (prozatím předpokládejme, že přestože bude přímo nad kanálem, nespadne do něj).

Určitě by mu pomohlo zjistit, s jakou pravděpodobností se může po určitém kroku vyskytovat na místě vzdáleném 30 kroků vpřed od kanálu. Shodou okolností tam bydlí a potřeboval by se tam dostat do sta kroků, kdy už nejspíše padne vysílením. Zatím posledním úkolem tedy bude určit, s jakou pravděpodobností narazí na dveře svého domu během sta kroků.

Zadání úloh

Úloha 2.1 – Rain Man

(5b)

Raymond Babbitt z filmu Rain Man (blázen, který byl například schopný okamžitě spočítat 250 párátěk ležících na stole) vstoupil do výtahu.

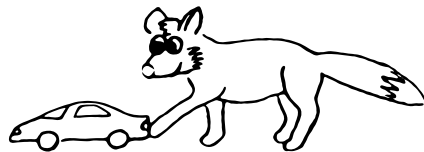
Po tom, co se zavřely dveře a výtah se rozjel, začal počítat: „8, 9, 5, 8, 7, 6, 7, 7, 4, 8, 6, 7, 3, 6, 5, 4, 5, 5, 2“. Co se stalo potom?

¹ Elementární mřížová oblast je oblast, jejíž hrany tvoří hrany mřížky a která neobsahuje žádný mřížový bod.

Úloha 2.2 – Nepozorný řidič (4b)

V limuzíně stojí na rovném stolku prázdná sklenička. Sklenička je válcového tvaru, má průměr 8,0 cm a výšku 14,5 cm. Tloušťka stěn je 2 mm. Je vyrobena ze skla o hustotě 2700 kg/m^3 .

Řidič bez varování prudce zabrzdí a sklenička na stolku se převrhne. Co může fyzik sedící v limuzíně na základě této příhody prohlásit o stolku a o skleničce?



Úloha 2.3 – Káva versus čaj (3b)

Mějme šálek kávy a šálek čaje. Nabereme jednu lžičku čaje a vylijeme ji do kávy. Potom šálek s kávou zamícháme. Následně vezmeme tu samou lžičku, nabereme směs kávy a trošky čaje a přelijeme ji zpět do čaje.

Zanedbejte případné ztráty tekutin způsobené např. vypařováním, vylitím apod. a určete, jestli se bude nacházet více čaje v kávě nebo naopak.



Adresa redakce:

M&M, OVVP, UK MFF
Ke Karlovu 3
121 16 Praha 2

Telefon: +420 221 911 235

E-mail: MaM@atrey.karlin.mff.cuni.cz

WWW: <http://mam.mff.cuni.cz>



Časopis M&M je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci Univerzity Karlovy, Matematicko-fyzikální fakulty a vydáván za podpory střeďočeské pobočky Jednoty českých matematiků a fyziků.

