

M&M

Zadání 2. série

Termín odeslání této série je **9.2.95**.

1. Úloha s fyzikální hádankou

Nalezněte bod X v trojúhelníku, který má nejmenší možný součet vzdáleností od jeho vrcholů.

Pozn: Zvláštní body udělíme za nalezení fyzikálního významu bodu X ; tj. za nalezení fyzikální situace, ve které hraje tento bod významnou úlohu.

2. Úloha - Sluneční soustava na stole

Doktor Jedenkámen by si rád postavil ve své pracovně následující model Sluneční soustavy: Na ploše p umístěné v homogenním tíhovém poli \mathbf{g} se bez tření pohybují hmotné body. Zjistěte zda lze skonstruovat p tak, aby se průměty hmotných bodů do vodorovné roviny pohybovali stejně jako v radiálním gravitačním poli velmi těžkého tělesa (model Slunce) tj. aby se chovali podle Keplerových zákonů a případně nalezněte takovou plochu p .

3. Úloha z elektrostatiky

Mějme v prostoru dva opačné náboje Q_1, Q_2 ($|Q_1| < |Q_2|$). Zjistěte:

- Které siločáry vycházející z Q_2 skončí v Q_1 ?
- O jaký úhel se stočí siločára vycházející z Q_2 pod úhlem α (měřeno od spojnice Q_1Q_2) než skončí v Q_1 ?

Nápověda: Na sféře o velmi malém poloměru a se středem v Q_1 resp. Q_2 je pole od vzdálenějšího náboje zanedbatelné a siločáry jsou na této sféře rozloženy rovnoměrně (hustota siločar je konstantní). Navíc platí, že počet siločar vycházejících z daného náboje je úměrný jeho velikosti.

4. Úloha z vesmíru

Civilizace na planetě Arret se skládá z praváků a leváků, kteří se na první pohled nedají odlišit. Navíc mají dvě pohlaví stejně jako obyvatelé Země. Předpokládejme, že na začátku (0. generace) je p praváků a l leváků z čehož je vždy polovina pohlaví ženského a polovina mužského. Potom si najdou každý svého partnera (náhodně) a páry v nichž jsou dva leváci resp. dva praváci budou mít k potomků opět praváků resp. leváků, z čehož polovina bude opět pohlaví ženského a polovina mužského. Páry v nichž je jeden

pravák a jeden levák jsou bezdětné. Potom všichni staří vymřou a proces se opakuje s touto 1. generací a stejně s následujícími generacemi. Najdete nejpravděpodobnější vývoj civilizace na Arretu. Jak budou vypadat počty p a l po mnoha staletích?

5. Úloha - Třikrát važ, pak se snaž

12 kuliček vypadá úplně stejně. 11 z nich má i stejnou hmotnost, jen jedna je o maličko těžší nebo lehčí. Úkolem je zjistit pouze trojím vážením na rovnoramenných vahách (bez závaží), která to je a jestli je lehčí nebo těžší.

Tabulka výsledků prvního kola:

poř.	Jméno	roč.	1	2	3	4	5	S_1	S_2
1.	Sýkora Rudolf	3.	4	5	5	5	5	24	24
2.	Krsek Martin	4.	2	5	2	5	5	19	17
3.	Bednářová Marta	4.	4	5	4	-	5	18	16
3.	Jirák Matouš	3.	-	3	4	4	5	16	16
5.	Klír Daniel	2.	3	2	-	2	5	12	15
6.	Macák Peter	4.	4	4	5	-	4	17	14
7.	Klír Tomáš	2.	4	1	-	-	5	10	13
8.	Šámal Robert	4.	5	5	-	-	5	15	12
9.	Sedláček Petr	2.	0	1	1	-	4	6	9
10.	Štulíková Veronika	4.	2	-	-	1	5	8	5
11.	Jančaříková Anna	4.	-	-	-	-	5	5	2
11.	Koláčková Jana	4.	-	-	-	-	5	5	2

V tabulce je uvedeno pořadí, jméno účastníka, ročník, bodové ohodnocení za každou úlohu, S_1 značí prostý součet bodů a S_2 je výsledná bodová hodnota, která zvýhodňuje mladší ročníky oproti starším, ale takovým způsobem, aby 0 zůstávala 0 a plný počet bodů plným počtem. Přesněji řečeno

$$S_2 = \text{int}(25(S_1/25)^{r/3}),$$

kde r značí ročník a $\text{int}(x)$ značí celou část čísla x . Navíc nám přišla jedna nepodepsaná úloha v zelené obálce. Pokud se o ni přihlásí právě jeden autor, s udáním o kterou úlohu jde, bude mu uznána.