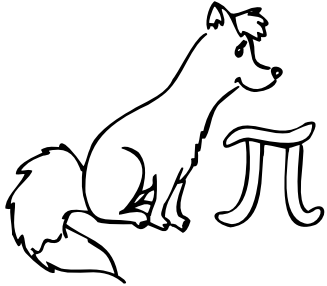


Termín odeslaní 21. 10. 2002

Pokud se chceš zúčastnit úvodního soustředění, pošli nám své řešení do 23. 9. 2002. Až do řádného termínu jej pak můžeš doplňovat a opravovat.




Podzimní soustředění se bude konat od soboty 12. 10. do neděle 20. 10. 2002 poblíž Jihlavy. Za soustředění budeme zřejmě vybírat účastnický poplatek do 250 Kč.

Pokud nám včas (tj. do 23. září) pošleš spolu s řešením alespoň jedné úlohy přihlášku na soustředění, dostaneš obratem omluvenku do školy a podrobnější informace. K přihlášce prosím připiš i nějaký rychlý kontakt na sebe (nejlépe telefon nebo e-mail), kde tě můžeme v případě potřeby zastihnout.

Aktuální informace o připravovaném soustředění budeme průběžně zveřejňovat i na naší internetové adrese <http://mam.mff.cuni.cz>.

Jakékoliv další dotazy směruj na e-mail mam@atrey.karlin.mff.cuni.cz nebo na telefon +420776057787 (Martin „Marble“ Beránek).

Redakce 

Zadání témat

Téma 1 – Mise na Mars

Vášim úkolem je pomoci ESA (Evropské kosmické agentuře) s projektem dopravení prvních lidí na Mars.

Zde vám předkládáme některé problémy, které je potřeba vyřešit. Pokud vás napadne nějaká další důležitá věc, můžete ji také zmínit.

- Po jaké dráze se má kosmická loď pohybovat, aby spotřebovala co nejméně paliva? Jak dlouho pak bude trvat cesta?
- Astronomové často používají pojem „startovací okno“. Jedná se o okamžik, kdy je příhodnější než jindy vystartovat k dané planetě (zejména energeticky). V jaké poloze jsou při startovacím okně vůči sobě Mars, Země a Slunce?
- Jak dopravit celou kosmickou loď na oběžnou dráhu? Pokuste se odhadnout možnosti, které by byly ekonomicky realizovatelné. Případně zkuste vymyslet alternativní způsob, jak kosmonautům umožnit odstartovat k Marsu.

- Navrhněte několik (deset) nejdůležitějších zásad této mise (např.: je třeba udržovat kosmonauty ve fyzické kondici, tudíž musí denně cvičit 2 hodiny na kosmickém trenažéru).
- Odhadněte, kolik kilogramů potravin a vody a kolik kilogramů nezbytné výbavy (např. oblečení, lžice a také třeba šampon) bude potřeba vzít na loď.
- Navrhněte způsob, jak se bude loď orientovat v prostoru, tedy držet orientaci vůči hvězdám a navigační systém, aby se na své cestě neztratila.
- Jaký pohon, využívající současné znalosti fyziky, byste použili? Proč?
- Napadá vás způsob, jak zajistit na lodi gravitaci? Myslíte si, že je vhodné tento systém použít (z hlediska výhod, které přináší, a dodatečných nákladů, které jsou potřeba k jeho realizaci a provozování během letu)?



Téma 2 – Tetris

V dávných dobách, kdy bylo ještě u nás péčecko vzácností a kdy mezi domácimi počítači vládly stroje jako ZX Spectrum a Commodore 64, zrodila se v tehdejší Sovětském svazu počítačová hra Tetris.

Při této hře se hráč snaží rovnat jisté útvary do obdélníkové jámy, přičemž, pokud se mu je podaří vyrovnat tak, aby byl zaplněn celý řádek, tento zmizí a hráč získá bod, v případě, že se následující kostka již nevejde do jámy, hra končí. Útvary, které jsou použity ke hře splňují následující pravidla:

- jsou složené ze čtyř¹ nepřekrývajících se čtverců,
- tyto čtverce jsou umístěny tak, že každý s každým se dotýká buď celou hranou nebo vůbec (dotyk pouhým vrcholem nepovažujeme za dotyk),
- z každého čtverce na každý se dá dostat cestou přes sousední čtverce (přesněji pro každé dva čtverce A , B existuje posloupnost T čtverců taková, že A se dotýká T_1 , T_1 se dotýká T_2 , ..., T_n se dotýká B).

Pravidlům odpovídají tyto útvary:



Protože se hra stala brzy populární, vzniklo brzy velké množství různých modifikací, mimo jiné se autoři snažili vymýšlet různé další tvary kostek. Také my se zde budeme zabývat tímto problémem.

¹ Odtud také název Tetris.

Pro čtyři čtverce dostaneme 7 různých útvarů (viz obrázek), kolik jich však dostaneme, pokud v pravidle (1) změním počet čtverců na 1, 2, 3, 5, 6, ...? Pokuste se také najít obecný vzorec nebo odhad počtu kostek pro libovolné n .

Jak se situace změní, když se neomezíme pouze na dva rozměry, ale nahradíme čtverec krychlí a dotyk hranou dotykem stěnou? (Opět v pravidle (2) nepovažujeme dotyk útvarem nižší dimenze, tj. vrcholem nebo hranou, za dotyk.)

Představte si, že budeme chtít „placaté“ tetrisové kostičky obarvit. A to tak, aby každý čtverec byl jednobarevný a aby žádné dva které se dotýkají neměly stejnou barvu. S kolika nejméně barvami se nám to povede pro všechny útvary složené z n čtverců?

Téma 3 – Fyzika a doprava

Zkuste se zamyslet a najít fyzikální důvody, proč jsou dopravní prostředky konstruovány tak, jak je známe. Můžete také prozkoumat různé konstrukční varianty (ať už existující nebo vámi vymyšlené) a určit, jaké mají výhody a jaké nevýhody. Na úvod vám předkládáme několik problémů k přemýšlení.

- Proč mají letadla a lodě kormidlo vzadu, ale u automobilu se při zatáčení pohybují přední kola? (Ovšem manipulační vozíky ve skladech mají naopak pohyblivá zadní kola.)
- Jestli jste někdy viděli jet po řece remorkér, jistě víte, že náklad tlačí před sebou, ale kamion má přívěs zapojený za sebou. V čem se tyto dvě situace liší a proč je v každém případě výhodnější jiné uspořádání?
- Důvod, proč mají auta rychlostní páku a převodovku je zřejmý, ale proč ji nemá tramvaj?
- Při konstrukci osobních aut se používaly a používají různá umístění motoru. Některá mají poháněna zadní kola, jiná přední. Jak to ovlivňuje jízdní vlastnosti a kdy je která varianta výhodnější?
- Proč se lokomotivy vyrábí hodně těžké i když jsou pro konstrukci k dispozici stejně kvalitní lehčí materiály?

Zadání úloh

Úloha 1.1 – Padající planetky (4b)

V prázdném prostoru jsou pouze dvě planetky zanedbatelných rozměrů o hmotnostech m a M , přičemž platí $m \ll M$. Na počátku jsou vůči sobě v klidu a je mezi nimi vzdálenost d . Vaším úkolem je zjistit, za jak dlouho od tohoto okamžiku se srazí.

Návod – problém lze řešit i bez použití diferenciálních rovnic.

Úloha 1.2 – Kartičky (3b)

Učitel dá dvěma žákům kartičky s číslem od jedné do devíti (každému jednu). Navíc jim řekne, že čísla na kartičkách jsou po sobě jdoucí. Jejich úkolem je uhodnout, jaké číslo má ten druhý. Učitel se zeptá prvního, jestli to ví. „Nevím.“ Pak se zeptá druhého. „Nevím.“ Na to první vykřikne: „Já vím!“ Jaká čísla mohli mít na kartičkách?



Úloha 1.3 – Čtyři závaží (5b)

Mějme dvouramenné váhy a čtyři závaží. Navrhněte hmotnosti závaží, aby s jejich pomocí bylo možné na vahách navážit 1, 2, 3, ..., n kilogramů tak, že n bude co největší (tedy chceme mít možnost určovat všechny celočíselné hmotnosti od 1 do n kilogramů).

Zkuste dokázat, že žádnou jinou sadou čtyř závaží už nelze získat větší n .

Adresa redakce:

M&M, OVVP, UK MFF
Ke Karlovu 3
121 16 Praha 2

Telefon: (02) 2191 1235

E-mail: MaM@atrey.karlin.mff.cuni.cz

WWW: <http://mam.mff.cuni.cz>



Časopis M&M je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci Univerzity Karlovy, Matematicko-fyzikální fakulty a vydáván za podpory středočeské pobočky Jednoty českých matematiků a fyziků.