

Časopis M&M a stejnojmenný korespondenční seminář je určen pro studenty středních škol, kteří se zajímají o matematiku, fyziku či informatiku. Během školního roku dostávají řešitelé zdarma čísla se zadáním úloh a témat k přemýšlení. Svá řešení odesílají k nám do redakce. My jejich příspěvky opravíme, obodujeme a pošleme zpět. Nejzajímavější řešení otiskujeme.

## Milý příteli matematiky, fyziky a informatiky,

chtěli bychom ti představit časopis a korespondenční seminář M&M určený především pro studenty středních škol. V jeho rámci se snažíme zábavnou formou prezentovat nejrůznější problémy z matematiky, fyziky a programování. Důraz přitom klademe na to, aby mohl každý o problémech sám uvažovat a potom společně s ostatními sdílet své závěry.

V průběhu školního roku vychází zpravidla sedm čísel časopisu, ve kterých nabízíme nejrůznější úlohy a témata k zamyšlení i všelijaké články. První číslo držíš právě v ruce.

### Úlohy

V prvních šesti číslech uveřejňujeme samostatné úlohy. Tyto úlohy bývají trochu těžší než obvyklé školní, jejich řešení často vyžaduje nějaký trik. Středoškolské znalosti by k jejich vyřešení ale měly stačit. Pokud některou z úloh vyřešíš, pošli nám její řešení. My ho opravíme a zašleme zpět. V některém z dalších čísel vždy uveřejníme vzorová řešení zadaných úloh.

### Témata

Témata jsou obecněji zadané problémy. Vždy obsahují nějakou otázku a náměty, jak téma dále rozvíjet. Jsou především příležitostí hlouběji se ponořit do určitého problému a zkusit vymyslet něco vlastního. To je postup podobný skutečné vědecké práci. Můžeš nám poslat cokoli, co tě k tématu napadne. Zajímavé příspěvky otiskneme v některém z dalších čísel. Protože nad složitějšími problémy se lépe přemýšlí ve skupině, může příspěvek k tématu společně zaslat i více autorů, jako tomu je u skutečné vědecké práce.

### Články

Od druhého čísla budou v časopise vycházet redakční články, které se budou snažit přiblížit nějaké konkrétní odvětví matematiky, fyziky či informatiky. Pokud znáš něco, o čem si myslíš, že by ostatní mohlo zajímat, můžeš o tom sepsat článek i ty a zaslat nám ho. Pokud se nám bude líbit, rádi ho otiskneme.

### Soutěž

M&M není jen časopis, ale i soutěž. Za všechny vyřešené úlohy, příspěvky k tématům i články udělujeme body. U každé úlohy je uveden počet bodů za správné řešení. Přiměřenou část z těchto bodů lze získat i za neúplné řešení. U témat a článků žádná horní hranice stanovena není. Za dobrý příspěvek lze získat i 20 bodů. Na základě získaných bodů sestavujeme výsledkovou listinu. Nejlepší řešitele čekají knižní ceny. Především ale 20 až 25 nejúspěšnějších řešitelů zveme dvakrát do roka na soustředění.

### Soustředění

Vždy na jaře a na podzim připravujeme pro naše nejlepší řešitele týdenní soustředění, obvykle někde na horách. Soustředění je částečně odborné – máme pro

vás připraveny přednášky z nejrůznějších oblastí matematiky, fyziky i informatiky. Dost času je věnováno i rozmanitým hrám. Především je ale soustředění příležitost, jak potkat lidi s podobnými zájmy.

Letošní podzimní soustředění se bude konat 12.–20. 10. 2013 na Broumovsku. Budeme na něj zvát nejlepší řešitele z minulého ročníku, ale i ty, kteří pošlou pěkná řešení úloh a témat z tohoto čísla. Budeme rádi, pokud nám společně se svými řešeními napíšeš, jestli bys na soustředění případně chtěl(a) jet.

## Přijímací zkoušky na MFF

Matematicko-fyzikální fakulta Univerzity Karlovy se rozhodla nejúspěšnějším řešitelům našeho korespondenčního semináře odpustit přijímací zkoušky. Konkrétně se to týká těch řešitelů, kteří získají za rok alespoň 85 bodů. Ti od nás dostanou „osvědčení úspěšného řešitele“, které pak mohou předložit fakultě.

## Jak se zapojit

Pokud tě M&M zaujalo, stačí se pokusit vyřešit nějakou úlohu či téma a poslat nám své řešení. K řešení přilož prosím také své jméno, adresu, e-mail, školu a rok, kdy budeš maturovat. Pokud chceš jet na soustředění, uveď prosím i telefon. Tyto údaje budeme využívat pouze pro potřeby M&M. Mimo údajů na výsledkové listině (jméno, škola, ročník) je nebudeme nikde uveřejňovat.

Svá řešení můžeš poslat buď elektronicky na náš e-mail [mam@matfyz.cz](mailto:mam@matfyz.cz), nebo poštou na adresu M&M uvedenou na zadní straně. Každé řešení prosím piš na samostatný list (resp. pošli jako samostatný soubor), aby si úlohy mohli rozdělit různí opravující, a uveď své jméno a číslo úlohy či tématu. Na tvou poštovní adresu ti pak budou zdarma chodit další čísla našeho časopisu.

Pokud by ses chtěl o M&M dozvědět více, podívej se na naše webové stránky <http://mam.mff.cuni.cz>, kde mimo jiné najdeš podrobná pravidla a archiv všech vydaných čísel za uplynulých 19 ročníků.

Těšíme se na tvá řešení!

organizátoři M&M

# Zadání úloh

**Termín odeslání první série: 21. 10. 2013**

**(23. 9. 2013 pro účast na podzimním soustředění)**

*Asi si myslíte, že být agentem tajné služby je velmi vzrušující povolání. Možná to platí u těch z nás, kteří jsou označeni malými šťastnými čísly. Ale věřte, že zaměstnání agenta č. 7368 je občas až k uzoufání nudné. James Bond by byl určitě vybrán k tomu, aby odhalil pašeráky diamantů na mistrovství světa v tenisu nebo v golfu. Na mě zbylo jen sledování řádného průběhu okresního turnaje ve stolním tenise.*

## Úloha 1.1 – Ping-pongový turnaj (3b)

Turnaje ve stolním tenise se zúčastnilo dvakrát více dívek než chlapců. Každý s každým hrál právě jeden zápas, který nikdy neskončil remízou. Poměr mezi výhrami dívek a výhrami chlapců byl 7:5. Kolik hráčů se turnaje mohlo zúčastnit?

*Z holywoodských filmů nejspíš nabudete dojmu, že chce-li se tajný agent někam dopravit vlakem, zahrnuje to riskantní honičku po střeách vagónů, vyhýbání se kulkám a zneškodnění alespoň tuctu nepřátel vycvičených v dvaceti různých způsobech, jak zabít člověka lžičkou na deserty. Pravdou je, že cestu vlakem obvykle strávím četbou a to nejhorší, co se mi může stát, je, že pro samé zaujetí příběhem zapomenu vystoupit.*

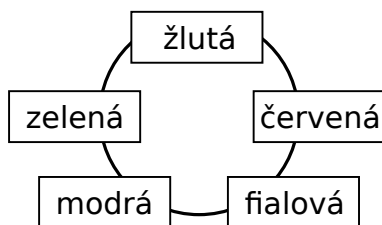
## Úloha 1.2 – Kývající se přezka (3b)

Agent č. 7368 nasedl do vlaku a našel si volné kupé. Na horní policičku si odložil zavazadlo a pohodlně se usadil. Když se vlak začal rozjíždět, všiml si, že popruh, jenž má na konci přezku a který mu visí z batohu volně do prostoru, se začal kývat. Jak se bude přezka pohybovat během rozjezdu s konstantním zrychlením  $a$  a během jízdy, kdy se vlak pohybuje konstantní rychlostí  $v$ ? Místo přezky a popruhu můžete uvažovat matematické kyvadlo s hmotností  $m$  a délkou závěsu  $l$ .

*Toužili jste někdy po prstenu, který umí rozbít sklo? Navijácích, padáčích, hodinkách s vodotryskem? Superrychlých autech, propiskách s jedovatými šipkami nebo špendlících s kamerou? Já tedy rozhodně ano. I když v poslední době by mi stačil i obyčejný mobilní telefon. Poslali mě špehovat mezinárodní gang padělatelů špendlíkových hlaviček a jako komunikační zařízení jsem dostal pětici různobarevných šátek.*

## Úloha 1.3 – Šátky (3b)

Agent nosí každý den jeden z pěti barevných šátek. Ústředí tajné služby pořídí při přeletu špionážní družice jeden satelitní snímek, ze kterého pozná barvu šátku, který má agent zrovna na hlavě. Kvalita snímku ale není moc velká, a barvy šátek jsou tak mezi sebou částečně zaměnitelné – každé dvě barvy, které spolu v obrázku níže sousedí, si spolu můžou splést (zelená tedy může být na snímku vidět jako žlutozelená nebo modrozelená).



Agent se za 10 dní snaží přenést co nejvíce informace nějakým předem domluveným kódem, což si můžeme představit jako přenesení jednoho konkrétního čísla z co největšího rozsahu. Například za jeden den může volbou *červená* nebo *modrá* přenést číslo z rozsahu 1–2. Ale jaký postup je *optimální* pro více dní, a jaký rozsah je tedy možné za 10 dní přenést?

*Konečně mi přidělili velení vlastní operace! Mým úkolem je rozkrýt místní betonovou mafii. Dotují stavbu elektráren, které mají nejvyšší poměr množství betonu na kilowatthodinu, a přitom ovládnutím místního betonového trhu ženou ceny nahoru. Jen doufám, že mi brzy někdo nepořídí betonové boty...*

## Úloha 1.4 – Betonová (3b)

Když platíme účty za elektřinu, zajímá nás, kolik stojí jedna kilowatthodina korun. Jak je to ale s betonovou náročností výroby elektřiny? Kolik metrů krychlových použitého betonu připadá na výrobu jedné kilowatthodiny různými způsoby? Vychází z tohoto pohledu nejlépe elektrárna větrná, vodní, jaderná nebo jiná? A co kdyby nás zajímal celkový objem použitých materiálů, nebo třeba zastavěná plocha? Své závěry nezapomeňte zdůvodnit a uvést, odkud jste pro ně čerpali data. Iniciativě se meze nekladou, můžete si zasloužit i bonusový bod!

# Zadání témat

## Téma 1 – Zobrazování počasí

Zálesácká příručka praví, že šiška pověšená na provázku je použitelná ke sledování počasí. Pokud je šiška roztažená, je sucho, pokud je schlíplá, je vlhko. Pokud je provázek našikmo, fouká vítr. Šla by taková šiška nakalibrovat pro alespoň přibližný odhad hodnot vlhkosti vzduchu a rychlosti větru?

Můžete začít např. s následujícími (pod)problémy.

1. Jsou ještě nějaké jiné parametry šišky, kromě schlíplosti šupinek, které závisí na vlhkosti?
2. Jak popsat závislost parametrů šišky na vlhkosti? (Vlhkost vzduchu ve své lokalitě můžete najít např. na <http://www.predpoved.in/> nebo <http://agrimeteo.info/>.)
3. Jak zkalibrovat šišku pro měření rychlosti větru?
4. Jaký rozsah rychlostí se takto dá měřit?
5. Jak se projeví nárazy větru?
6. Jak nejlépe šišku umístit, aby byly vaše odhady co nejpřesnější?
7. Jistě znáte i jiné „zobrazovače“ pro některé parametry počasí. Pro vítr jsou to různé větrníky a kohouti, pro vlhkost např. domeček s panáčkem a panenkou. Jak fungují?
8. Jaké jsou výhody a nevýhody jednotlivých „zobrazovačů“?

## Téma 2 – Kozy

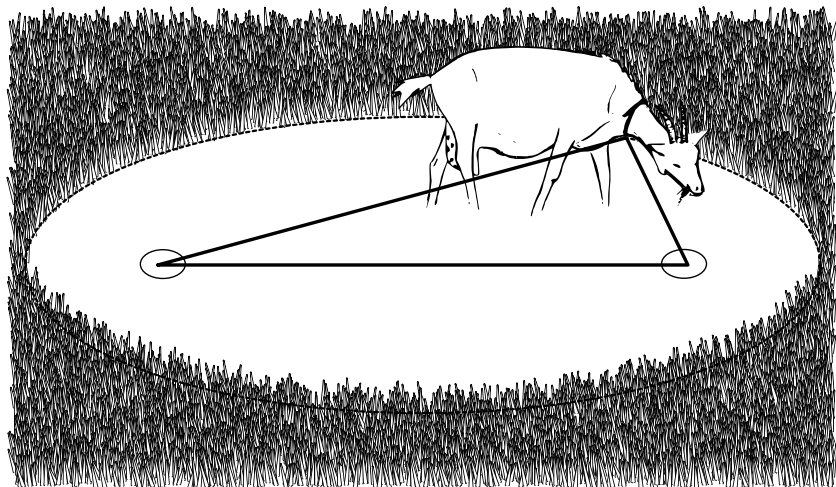
Riki doslat za úkol hlídat stádo koz, a protože je hravý, tak by chtěl, aby kozy vypásly do louky různé obrazce. K dispozici má dřevěné kůly, které může zatluout do země. Na konci těchto kůlů je kovové očko, na které může přivázat provaz nebo další očko. Taky tímto očkem může provaz pouze provléct. Tento provaz se pak může v očku volně pohybovat. Na provaz se dá přivázat další provaz, navléct do očka, nebo ho na něj navázat. A konečně na očko můžeme přivázat kozu nebo další provaz.

Abychom měli více možností, lze vzít dřevěný kůl, který nebude zatlučený v zemi a bude mít na obou koncích očka. Tento kůl bude sloužit jako „provaz“, který se ale nedá zohnout ani smotat.

Předpokládáme, že koza spásá jenom trávu, která je přímo pod ní, tzn. že má krk nulové délky.

Jak takto vykreslit do louky kruh o poloměru  $a$ ? Vezmeme kůl, který zatlučeme tam, kde má být střed kruhu. Vezmeme lano o délce  $a$ , které uvážeme na kroužek, který je na kůlu. Na konec lana přivážeme kozu. Takto přivázaná koza vypase kruh.

Ještě si zkusme vykreslit elipsu. Budeme potřebovat dva kůly, které zapíchneme ve vzdálenosti  $2e$ . Vezmeme lano velikosti  $2(a + e)$ , které jedním koncem přivážeme ke kroužku na koze, dále provlečeme kroužkem na prvním kůlu, kroužkem na druhém kůlu a nakonec druhý konec přivážeme znova na kroužek na koze (jako na obrázku). Takto uvázaná koza vypase elipsu o velikosti hlavní poloosy  $a$  a o excentricitě  $e$ .



Následující seznam obrazců je pro inspiraci, můžete si samozřejmě vymyslet i další a popsat je. Navrhované obrazce: mezikružící, trojúhelník, obdélník, čtverec, hvězda, ...

## Téma 3 – FlatFox

Pokud už jste zahlédli nějaký počítačový program, pak jste nejspíše viděli řádky více či méně složitých příkazů, které se pak vlastně provádějí jeden za druhým,<sup>1</sup> a pak nějaké řídicí příkazy typu „je-li  $x$  záporné, skoč na řádek 1024“<sup>2</sup>. V tomto smyslu jsou běžné programy **jednorozměrné**. Obrazovka počítače je ale dvojrozměrná – co kdybychom mohli programovat i ve druhém rozměru a psát **dvojrůzoměrné programy**?

Na adrese <http://mam.mff.cuni.cz/flatfox> jsme pro vás připravili prostředí pro velmi jednoduchý jazyk, který jsme pojmenovali FlatFox (tedy Placatý lišák), spolu s pár hlavolamy. Dvojrůzoměrný program je mřížka příkazů a prázdných políček. Po mřížce se pohybuje *hlava*, která určuje aktuálně prováděný příkaz programu (můžete si ji představit i jako robota pochodujícího po ploše). Hlava si pamatuje svůj aktuální směr a šest nezáporných celých čísel v registrech pojmenovaných R, G, B, C, M a Y po anglických zkratkách šesti základních barev. Po provedení každého příkazu se hlava posune na další pole svým směrem a vykoná příkaz, který tam najde, nebo se posunuje dál.

Mezi základní příkazy patří čtyři *černé šipky*, které nastavují směr pohybu hlavy. Šipky mohou být i barevné a potom nastaví nový směr pohybu hlavy právě když má registr dané barvy hodnotu 0; jinak hlava pole přejde, jako by bylo prázdné. Barevné jsou i příkazy + a -, které hodnotu stejnobarevného registru zvýší či sníží o 1. Pokud by se měla snížit hodnota registru pod hodnotu 0, nic se nestane. Ještě se v programu musí vyskytnout právě jeden znak @, kde hlava vždy začíná nasměrovaná doprava, a mohou se tam vyskytnout příkazy #, které program ukončí. Za vstup programu můžeme považovat počáteční hodnoty některých registrů a za výstup jejich koncové hodnoty. Zavedme konvenci, že vstup bude primárně registr R (červený) a ostatní registry budou nastaveny na 0, aby je program mohl použít.

→	@	↓
		G+
R→	#	G+
↑	R-	←

Na obrázku vidíte příklad programu, který nastaví registr G (zelený) na dvojnásobek hodnoty v R a R přitom vynuluje.

Ve webovém prostředí a barevném PDFku je snadné použít barevné šipky, pro reprezentaci v textovém souboru a černobílém tisku se ale nehodí, proto před barevné příkazy píšeme písmeno jejich barvy (R, G, B, C, M nebo Y) a šipky v textových souborech zapisujeme pomocí znaků ^, v, < a >.

Zápis programů jako v textovém souboru i další technické detaily jazyka se dočtete na stránkách prostředí.

A teď několik úloh a námětů k zamyšlení o síle a použitelnosti takového 2D počítače.

<sup>1</sup> V některých neobvyklejších jazycích jsou místo příkazů různé deklarace, pravidla a podobně, ale stále se v nějakém smyslu vyhodnocují „po rádcích“.

<sup>2</sup> Často maskované za příkazy jako `if`, `for` nebo `while`.

Ukázali jsme základní operaci násobení dvěma, ale původní číslo při ní zmizelo. Zkuste vymyslet, jak co *nejlépe* provádět operace jako kopie čísla, vynulování registru, sčítání a přesun hodnoty mezi registry. *Nejlépe* znamená jednak co nejrychleji co do počtu kroků hlavy, jednak co do počtu použitých pomocných registrů během výpočtu a toho, jestli na konci zůstaly nulové (nenulové registry je nutno před dalším použitím vynulovat, což stojí další čas).

U odčítání je potřeba vyřešit, co dělat, když by mělo vyjít záporné číslo. S tím souvisí porovnávání čísel a potenciálně též simulování záporných čísel. A k prozkoumání se nabízí i další základní operace. Jako zvláštní konkrétní úlohu vyhláshujeme program pro detekci, zda je v registru R prvočíslo.

K teoretičtějším otázkám patří jak navrhnout a pak spojovat jednotlivé kusy programu (jakoby funkce, např. sčítání). Co kdybyste uměli v programu příkazem na jednom poli spustit jiný program s aktuálními hodnotami registrů (od jeho začátku na @ do nějakého #) a pak pokračovat s výslednými hodnotami? Posílilo by to nějak schopnosti stroje? A co volba právě šesti registrů – je to moc nebo málo na spočtení libovolného problému? Uměli byste třeba „zkomprimovat“ hodnoty dvou registrů do jednoho a pak je zase rozdělit?

Jazyk v současné podobě není moc praktický pro „opravdové“ problémy, ale můžeme ho do dalšího čísla i rozšířit. Pošlete nám i návrhy, co byste k němu přidali či jak ho pozměnili, aby byl použitelnější i na složitější problémy a přitom zůstal co nejjednodušší (tedy aby příkazů bylo co nejméně a dělaly něco elementárního) a v duchu 2D programování. U námětů dobře zvažte a srovnajte alternativy a já se s vámi rád domluvíím i na úpravě online prostředí pro další verze FlatFoxu.

*Tomáš*

S obsahem časopisu M&M je možné nakládat dle licence Creative Commons Attribution 3.0. Dílo smíte šířit a upravovat. Máte povinnost uvést autora. Autory textů jsou organizátoři M&M.

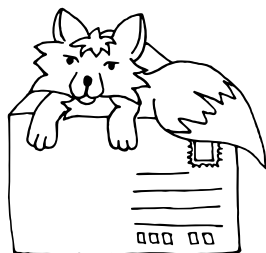
## Adresa redakce:

M&M, OVVP, UK MFF  
Ke Karlovu 3  
121 16 Praha 2

*Telefon:* +420 221 911 235

*E-mail:* [mam@matfyz.cz](mailto:mam@matfyz.cz)

*WWW:* <http://mam.mff.cuni.cz>



Časopis M&M je zastřešen Oddělením pro vnější vztahy a propagaci Univerzity Karlovy, Matematicko-fyzikální fakulty a vydáván za podpory středočeské pobočky Jednoty českých matematiků a fyziků.